

ΘΕΜΑ 1

(5 Μόρια)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις Α1-Α4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

Α1. Το φυσικό μέγεθος της ροπής μιας δύναμης στο σύστημα S.I. μετριέται σε:

- α) $\text{kg}\cdot\text{m}$.
β) $\text{N}\cdot\text{m}$.
γ) N/m .
δ) $\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Η ροπή μιας δύναμης $\vec{\tau}$ ως προς ένα σημείο ορίζεται από τη σχέση:

$$\tau = F \cdot d$$

όπου F είναι το μέτρο της δύναμης και d η απόσταση του φορέα της δύναμης από το σημείο (μοχλοβραχίονας).

Στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (S.I.):

- Η δύναμη F μετριέται σε Newton (N).
- Η απόσταση d μετριέται σε μέτρα (m).

Επομένως, η μονάδα μέτρησης της ροπής στο S.I. είναι το $N \cdot m$.

Συνεπώς, η σωστή επιλογή είναι η ****β****.

ΘΕΜΑ 2

(5 Μόρια)

A2. Σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με ωμικό αντιστάτη η ενεργός τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι:

- α) αντιστρόφως ανάλογη της ενεργού τιμής της τάσης.
- β) ανάλογη της ενεργού τιμής της τάσης.
- γ) ίση με τη μέση τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος.
- δ) ίση με τη μέγιστη τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Σε ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος που περιέχει μόνο ωμικό αντιστάτη αντίστασης R , ισχύει ο νόμος του Ohm για τις ενεργές τιμές:

$$I_{\text{EV}} = \frac{V_{\text{EV}}}{R}$$

Επειδή η αντίσταση R του αντιστάτη είναι σταθερή, η ενεργός ένταση του ρεύματος I_{EV} είναι ανάλογη της ενεργού τάσης V_{EV} ($I_{\text{EV}} \propto V_{\text{EV}}$).

Συνεπώς, η σωστή επιλογή είναι η ****β****.

ΘΕΜΑ 3

(5 Μόρια)

A3. Αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ένας αγωγός αυξάνεται με σταθερό ρυθμό, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που δημιουργείται στον αγωγό

- α) αυξάνεται.
- β) αρχικά αυξάνεται και στη συνέχεια ελαττώνεται.
- γ) ελαττώνεται.
- δ) μένει σταθερή.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής του Faraday, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή ($E_{\text{επ}}$) που αναπτύσσεται σε έναν αγωγό είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής (Φ) που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ο αγωγός:

$$E_{\text{επ}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Εφόσον η μαγνητική ροή αυξάνεται με σταθερό ρυθμό, ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής $\frac{d\Phi}{dt}$ είναι σταθερός ($\frac{d\Phi}{dt} = \text{σταθερός}$). Συνεπώς, η επαγωγική ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{επ}}$ παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της μεταβολής.

Συνεπώς, η σωστή επιλογή είναι η ****δ****.

A4. Σε μια εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση με μη μηδενική απόσβεση, η συχνότητα ταλάντωσης

- α) είναι ίση με τη ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
- β) είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.
- γ) εξαρτάται από το μέγεθος της δύναμης του διεγέρτη.
- δ) εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b .

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Σε μια εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση με απόσβεση, μετά την πάροδο ενός αρχικού μεταβατικού σταδίου, το σύστημα εισέρχεται στη μόνιμη κατάσταση ταλάντωσης. Στη φάση αυτή, το σύστημα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με συχνότητα f η οποία είναι ακριβώς ίση με τη συχνότητα f_δ του διεγέρτη, ανεξάρτητα από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ή τη σταθερά απόσβεσης b .

Συνεπώς, η σωστή επιλογή είναι η ****β****.

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Σύμφωνα με τον de Broglie κάθε κινούμενο σωματίδιο έχει κυματική φύση με μήκος κύματος αντιστρόφως ανάλογο της ορμής του.
- β) Αν σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκηθεί ζεύγος δυνάμεων, το σώμα θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.
- γ) Η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών σε ένα στάσιμο κύμα είναι $\lambda/2$.
- δ) Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων, η μηχανική ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται.
- ε) Το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό ρευματοφόρου σωληνοειδούς μεγάλου μήκους είναι ανομοιογενές.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Αναλυτική εξέταση των προτάσεων:

- ****α) Σωστό****: Σύμφωνα με τη θεωρία του de Broglie, κάθε κινούμενο σωματίδιο παρουσιάζει και κυματικές ιδιότητες. Το αντίστοιχο μήκος κύματος (μήκος κύματος de Broglie) δίνεται από τη σχέση:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

όπου h είναι η σταθερά του Planck και p η ορμή του σωματιδίου. Συνεπώς, το μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογο της ορμής του.

- ****β) Λάθος****: Ένα ζεύγος δυνάμεων αποτελείται από δύο δυνάμεις με ίσα μέτρα, παράλληλους φορείς και αντίθετες κατευθύνσεις. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν ($\Sigma \vec{F} = 0$), οπότε το κέντρο μάζας του σώματος δεν επιταχύνεται και παραμένει ακίνητο (αφού ήταν αρχικά ακίνητο). Η συνισταμένη ροπή όμως είναι διάφορη του μηδενός ($\Sigma \vec{\tau} \neq 0$), οπότε το σώμα θα εκτελέσει μόνο καθαρή στροφική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, και όχι σύνθετη κίνηση.

- ****γ) Σωστό****: Σε ένα στάσιμο κύμα, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών (ή δύο διαδοχικών δεσμών) ισούται με το μισό του μήκους κύματος του διαδιδόμενου κύματος, δηλαδή:

$$d = \frac{\lambda}{2}$$

- ****δ) Σωστό****: Κατά την πλαστική κρούση (όπου τα σώματα συσσωματώνονται), ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμότητα και ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης των σωμάτων. Επομένως, η μηχανική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται, δηλαδή μεταβάλλεται.

- ****ε) Λάθος****: Στο εσωτερικό ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς μεγάλου μήκους (ιδανικό σωληνοειδές), οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες και ισαπέχουσες, πράγμα που σημαίνει ότι το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές (σταθερό μέτρο, διεύθυνση και φορά), και όχι ανομοιογενές.

B1. Οι όμοιες και σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 του διπλανού σχήματος βρίσκονται πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού που ηρεμεί και δημιουργούν εγκάρσια απλά αρμονικά κύματα. Οι πηγές ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση, με πλάτος A και περίοδο T , ενώ τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα σταθερού μέτρου v , χωρίς απώλειες ενέργειας.

Ενα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές Π_1, Π_2 αποστάσεις r_1 και r_2 , αντίστοιχα, με $r_1 > r_2$. Αν τα δύο κύματα συμβάλουν στο σημείο Σ , με χρονική διαφορά $\frac{5T}{2}$, για το πλάτος A' της ταλάντωσης του σημείου Σ , μετά την έναρξη της συμβολής, θα ισχύει ότι:

i. $A' = 2A$

ii. $A' = 0$

iii. $0 < A' < 2A$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (Μονάδες 2)

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 6)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

****α) Σωστή απάντηση είναι η ii.****

****β) Αιτιολόγηση:****

Η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο Σ είναι:

$$\Delta t = \frac{5T}{2}$$

Η διαφορά αποστάσεων $\Delta r = r_1 - r_2$ του σημείου Σ από τις δύο πηγές σχετίζεται με τη χρονική διαφορά Δt μέσω της ταχύτητας διάδοσης v των κυμάτων:

$$\Delta r = v \cdot \Delta t$$

Γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης συνδέεται με το μήκος κύματος λ και την περίοδο T μέσω της σχέσης $v = \frac{\lambda}{T}$. Αντικαθιστώντας, έχουμε:

$$\Delta r = \frac{\lambda}{T} \cdot \frac{5T}{2} = \frac{5\lambda}{2} = 2.5\lambda$$

Η διαφορά αποστάσεων γράφεται στη μορφή:

$$\Delta r = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}$$

για $N = 2$ (περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος).

Αυτό σημαίνει ότι στο σημείο Σ έχουμε ****αποσβεστική συμβολή**** (καταστροφική συμβολή).

Επειδή οι πηγές είναι όμοιες και σύγχρονες και δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας, τα πλάτη των δύο κυμάτων όταν φτάνουν στο σημείο Σ είναι ίσα ($A_1 = A_2 = A$).

Συνεπώς, το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης A' μετά την έναρξη της συμβολής είναι:

$$A' = |A_1 - A_2| = |A - A| = 0$$

B2. Το εμπόδιο στο διπλανό σχήμα έχει ύψος $h = \frac{R}{5}$ και ο τροχός έχει ακτίνα R και βάρος W . Για ποιες τιμές της οριζόντιας δύναμης F ο τροχός θα υπερπηδήσει το εμπόδιο;

- i. $F > \frac{W}{2}$
- ii. $F > \frac{W}{3}$
- iii. $F > \frac{5W}{9}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (Μονάδες 2)

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 7)

* Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

****α) Σωστή απάντηση είναι η ii. ****

****β) Αιτιολόγηση: ****

Για να υπερπηδήσει ο τροχός το εμπόδιο, πρέπει να αρχίσει να περιστρέφεται γύρω από το σημείο επαφής K με το εμπόδιο. Αυτό συμβαίνει όταν η ροπή της οριζόντιας δύναμης F ως προς το σημείο K είναι μεγαλύτερη από τη ροπή του βάρους W ως προς το ίδιο σημείο:

$$\Sigma \tau_{(K)} > 0 \implies \tau_F^{(K)} > \tau_W^{(K)} \implies F \cdot d_F > W \cdot d_W$$

όπου d_F και d_W είναι οι μοχλοβραχίονες των δυνάμεων F και W αντίστοιχα ως προς το σημείο K .

1. ****Υπολογισμός του μοχλοβραχίονα d_F της δύναμης F : ****

Η δύναμη F ασκείται οριζόντια στο ανώτερο σημείο του τροχού, δηλαδή σε ύψος $2R$ από το έδαφος. Το σημείο K βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{R}{5}$ από το έδαφος. Συνεπώς, η κάθετη απόσταση της γραμμής επίδρασης της F από το K είναι:

$$d_F = 2R - h = 2R - \frac{R}{5} = \frac{9R}{5}$$

2. ****Υπολογισμός του μοχλοβραχίονα d_W του βάρους W : ****

Το βάρος W ασκείται στο κέντρο O του τροχού και έχει κατακόρυφη διεύθυνση. Ο μοχλοβραχίονάς του d_W ως προς το K είναι η οριζόντια απόσταση του κέντρου O από το K .

Από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται από το κέντρο O , την κατακόρυφο που διέρχεται από αυτό και το σημείο K , έχουμε:

- Υποτείνουσα: $OK = R$

- Κατακόρυφη πλευρά: $y = R - h = R - \frac{R}{5} = \frac{4R}{5}$

- Οριζόντια πλευρά: d_W

Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$d_W^2 + y^2 = R^2 \implies d_W^2 + \left(\frac{4R}{5}\right)^2 = R^2 \implies d_W^2 = R^2 - \frac{16R^2}{25} = \frac{9R^2}{25}$$

$$d_W = \frac{3R}{5}$$

3. ****Συνθήκη υπερπήδησης: ****

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μοχλοβραχιόνων στη σχέση των ροπών:

$$F \cdot \frac{9R}{5} > W \cdot \frac{3R}{5} \implies 9F > 3W \implies F > \frac{3W}{9} \implies F > \frac{W}{3}$$

B3. Σφαίρα μάζας m κινείται με ταχύτητα V και συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $3m$. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση, είναι:

- i. $\frac{V}{2}$
- ii. $\frac{V}{3}$
- iii. $\frac{V}{4}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (Μονάδες 2)

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 6)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

****α) Σωστή απάντηση είναι η iii. ****

****β) Αιτιολόγηση: ****

Κατά την πλαστική κρούση των δύο σφαιρών, το σύστημα είναι μονωμένο στην οριζόντια διεύθυνση, οπότε εφαρμόζεται η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.):

$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}$$

Θεωρώντας ως θετική τη διεύθυνση κίνησης της πρώτης σφαίρας, έχουμε:

$$m \cdot V + 3m \cdot 0 = (m + 3m) \cdot V'$$

$$m \cdot V = 4m \cdot V'$$

$$V' = \frac{m \cdot V}{4m} \implies V' = \frac{V}{4}$$

Επομένως, το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι $V' = \frac{V}{4}$.

Γ1. Στο διπλανό σχήμα παριστάνεται μία διάταξη μελέτης φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Το μέταλλο της καθόδου φωτίζεται με μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας f και μήκους κύματος $\lambda = 150 \text{ nm}$, με αποτέλεσμα να εξέρχονται φωτοηλεκτρόνια φορτίου e , μάζας $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ και κινητικής ενέργειας K_1 . Δίνεται ότι το έργο εξαγωγής του μετάλλου της καθόδου είναι $\phi = 3 \text{ eV}$, το γινόμενο $hc = 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ και ότι $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

α) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια K_1 με την οποία εξέρχονται τα φωτοηλεκτρόνια από την κάθοδο (μονάδες 4) και το δυναμικό (τάση) αποκοπής για το μέταλλο της καθόδου (μονάδες 3). (Μονάδες 7)

β) Αν η τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου είναι $V = 40 \text{ V}$, να δείξετε ότι η ταχύτητα με την οποία φτάνουν τα εξερχόμενα από την κάθοδο φωτοηλεκτρόνια στην άνοδο είναι ίση με $4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. (Μονάδες 6)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

****α)** Υπολογισμός της κινητικής ενέργειας K_1 και του δυναμικού αποκοπής V_0 .^{**}

1. Η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E_{\text{ph}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{150 \text{ nm}} = 8 \text{ eV}$$

2. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, η μέγιστη κινητική ενέργεια K_1 των εξερχόμενων φωτοηλεκτρονίων είναι:

$$K_1 = E_{\text{ph}} - \phi = 8 \text{ eV} - 3 \text{ eV} = 5 \text{ eV}$$

Στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (S.I.):

$$K_1 = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

3. Το δυναμικό αποκοπής V_0 συνδέεται με τη μέγιστη κινητική ενέργεια μέσω της σχέσης:

$$K_1 = e \cdot V_0 \implies 5 \text{ eV} = e \cdot V_0 \implies V_0 = 5 \text{ V}$$

****β)** Υπολογισμός της ταχύτητας των φωτοηλεκτρονίων στην άνοδο.^{**}

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) για την κίνηση του ηλεκτρονίου από την κάθοδο (θέση 1) στην άνοδο (θέση 2):

$$K_2 - K_1 = W_F \implies K_2 - K_1 = e \cdot V$$

$$K_2 = K_1 + e \cdot V = 5 \text{ eV} + 40 \text{ eV} = 45 \text{ eV}$$

Στο S.I.:

$$K_2 = 45 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 72 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Η κινητική ενέργεια στην άνοδο εκφράζεται ως:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_e v_2^2 \implies v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m_e}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 72 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = \sqrt{16 \cdot 10^{12}} = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_e v_2^2 \implies v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m_e}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 72 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = \sqrt{16 \cdot 10^{12}} = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Το οποίο αποδεικνύει το ζητούμενο.

ΘΕΜΑ 2

(12 Μόρια)

Γ2. Ένα από τα φωτοηλεκτρόνια της προηγούμενης διάταξης φτάνει στην άνοδο με ταχύτητα $4 \times 10^6 \text{ m/s}$ και διέρχεται από μια μικρή οπή, η οποία βρίσκεται στο κέντρο της. Στη συνέχεια το φωτοηλεκτρόνιο εισέρχεται με την ταχύτητα αυτή κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 18 \text{ mT}$, όπως φαίνεται στο σχήμα και, διαγράφοντας ημικύκλιο, εξέρχεται από αυτό.

α) Να υπολογίσετε την ακτίνα της ημικυκλικής τροχιάς που διαγράφει το φωτοηλεκτρόνιο (μονάδες 5).

β) Να υπολογίσετε τον χρόνο κίνησης του φωτοηλεκτρονίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο (μονάδες 7).

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

****α)** Υπολογισμός της ακτίνας r της ημικυκλικής τροχιάς: **

Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, οπότε εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η δύναμη Lorentz παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης:

$$F_L = F_c \implies |q|vB = \frac{m_e v^2}{r} \implies r = \frac{m_e v}{eB}$$

Με αντικατάσταση των δεδομένων τιμών:

$$- m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$- v = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$- e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$- B = 18 \text{ mT} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$r = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 18 \cdot 10^{-3}} = \frac{36 \cdot 10^{-25}}{28,8 \cdot 10^{-22}} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,25 \text{ mm}$$

****β)** Υπολογισμός του χρόνου κίνησης t στο μαγνητικό πεδίο: **

Εφόσον το ηλεκτρόνιο διαγράφει ημικύκλιο, ο χρόνος κίνησής του t είναι ίσος με το μισό της περιόδου T της κυκλικής τροχιάς:

$$t = \frac{T}{2}$$

Η περίοδος T δίνεται από τον τύπο:

$$T = \frac{2\pi m_e}{eB}$$

Επομένως:

$$t = \frac{\pi m_e}{eB}$$

Με αντικατάσταση των τιμών:

$$t = \frac{\pi \cdot 9 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 18 \cdot 10^{-3}} = \frac{9\pi \cdot 10^{-31}}{28,8 \cdot 10^{-22}} = \frac{\pi}{3,2} \cdot 10^{-9} \text{ s} = 0,3125\pi \cdot 10^{-9} \text{ s} = 3,125\pi \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

(Η σταθερά π παραμένει ως έχει σύμφωνα με την οδηγία της εκφώνησης).

(Η σταθερά π παραμένει ως έχει σύμφωνα με την οδηγία της εκφώνησης).

Δ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση $\Delta\ell_0$ του ελατηρίου. Μονάδες 5

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Για την ισορροπία του συστήματος αγωγού-σώματος Σ_1 :

1. ****Για τον αγωγό $K\Lambda$ ****:

Ο αγωγός ισορροπεί υπό την επίδραση της εξωτερικής οριζόντιας δύναμης F προς τα δεξιά και της τάσης του νήματος T προς τα αριστερά:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - T = 0 \Rightarrow T = F = 2 \text{ N}$$

2. ****Για το σώμα Σ_1 ****:

Το σώμα Σ_1 ισορροπεί υπό την επίδραση της τάσης του νήματος T προς τα δεξιά και της δύναμης του ελατηρίου F_{el} προς τα αριστερά:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T - F_{el} = 0 \Rightarrow F_{el} = T = 2 \text{ N}$$

Η δύναμη του ελατηρίου δίνεται από τον νόμο του Hooke:

$$F_{el} = k\Delta\ell_0$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές:

$$2 = 8 \cdot \Delta\ell_0 \Rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{2}{8} = 0,25 \text{ m}$$

Συνεπώς, η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell_0 = 0,25 \text{ m}$ (ή 25 cm),

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση x της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική την προς τα δεξιά φορά. Μονάδες 7

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (ΑΑΤ) στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

1. ****Θέση Ισορροπίας (Θ.Ι.) της ταλάντωσης****:

Μετά το κόψιμο του νήματος, η μόνη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα Σ_1 είναι η δύναμη του ελατηρίου. Επομένως, η Θέση Ισορροπίας της ταλάντωσης συμπίπτει με τη Θέση Φυσικού Μήκους (Θ.Φ.Μ.) του ελατηρίου.

2. ****Πλάτος ταλάντωσης (A)****:

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σώμα αφήνεται ελεύθερο από τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης (αφού $v_0 = 0$), η οποία απέχει από τη Θ.Ι. (Θ.Φ.Μ.) κατά $\Delta\ell_0 = 0,25 \text{ m}$.

Επειδή η θετική φορά ορίζεται προς τα δεξιά και το ελατήριο ήταν επιμηκυμένο (άρα το σώμα βρισκόταν δεξιά της Θ.Φ.Μ.), η αρχική θέση του σώματος είναι:

$$x_0 = +\Delta\ell_0 = +0,25 \text{ m}$$

Συνεπώς, το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A = 0,25 \text{ m}$$

3. ****Γωνιακή συχνότητα (ω)****:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0,5}} = \sqrt{16} = 4 \text{ rad/s}$$

4. ****Αρχική φάση (ϕ_0)****:

Η γενική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

Για $t = 0$ έχουμε $x(0) = A$:

$$A = A\eta\mu(\phi_0) \Rightarrow \eta\mu(\phi_0) = 1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad (0 \leq \phi_0 < 2\pi)$$

5. ****Εξίσωση απομάκρυνσης****:

Αντικαθιστώντας τις τιμές, προκύπτει:

$$x(t) = 0,25\eta\mu\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

με το x σε μέτρα (m) και το t σε δευτερόλεπτα (s).

Δ3. Να αποδείξετε, με τη βοήθεια του νόμου Faraday ή με τη χρήση της δύναμης Lorentz, ότι η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση $\mathcal{E} = B v l$. Μονάδες 6

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

****Απόδειξη με τη βοήθεια του νόμου Faraday:****

Εστω ότι ο αγωγός ΚΛ μήκους L κινείται με ταχύτητα v κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B .

Σε ένα στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt , ο αγωγός μετατοπίζεται κατά $dx = v dt$.

Η μεταβολή της επιφάνειας του πλαισίου που διαρρέεται από τη μαγνητική ροή είναι:

$$dS = L \cdot dx = L \cdot v \cdot dt$$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια αυτή είναι:

$$d\Phi = B \cdot dS = B \cdot L \cdot v \cdot dt$$

Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής του Faraday, η απόλυτη τιμή της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού είναι:

$$E_{\epsilon\pi} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{B \cdot L \cdot v \cdot dt}{dt} = B \cdot v \cdot L$$

Άρα αποδείχθηκε ότι:

$$E_{\epsilon\pi} = BvL$$

Δ4. Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα υ_{ορ} που αποκτά ο αγωγός ΚΛ. Μονάδες 7

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ:

Μετά το κόψιμο του νήματος, ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα δεξιά υπό την επίδραση της σταθερής δύναμης F .

Λόγω της κίνησής του με ταχύτητα v μέσα στο μαγνητικό πεδίο B , αναπτύσσεται στα άκρα του επαγωγική τάση:

$$E_{\epsilon\pi} = BvL$$

Η τάση αυτή προκαλεί τη ροή επαγωγικού ρεύματος έντασης I στο κλειστό κύκλωμα που σχηματίζουν ο αγωγός ΚΛ, οι παράλληλοι αγωγοί και ο αντιστάτης R :

$$I = \frac{E_{\epsilon\pi}}{R} = \frac{BvL}{R}$$

Στον αγωγό ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace F_L , η οποία σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz αντιτίθεται στην κίνησή του (έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά):

$$F_L = BIL = B \left(\frac{BvL}{R} \right) L = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

Ο νόμος της κίνησης για τον αγωγό είναι:

$$\Sigma F = Ma \Rightarrow F - F_L = Ma \Rightarrow F - \frac{B^2 L^2 v}{R} = Ma$$

Καθώς η ταχύτητα v αυξάνεται, η δύναμη Laplace F_L αυξάνεται, με αποτέλεσμα η επιτάχυνση a να μειώνεται. Όταν η επιτάχυνση μηδενιστεί ($a = 0$), ο αγωγός αποκτά τη μέγιστη σταθερή ταχύτητά του, η οποία ονομάζεται οριακή ταχύτητα $v_{ορ}$:

$$F - \frac{B^2 L^2 v_{ορ}}{R} = 0 \Rightarrow v_{ορ} = \frac{FR}{B^2 L^2}$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα:

- $F = 2 \text{ N}$
- $R = 2 \text{ } \Omega$
- $B = 1 \text{ T}$
- $L = 1 \text{ m}$

Έχουμε:

$$v_{ορ} = \frac{2 \cdot 2}{1^2 \cdot 1^2} = 4 \text{ m/s}$$

Η οριακή ταχύτητα του αγωγού είναι $v_{ορ} = 4 \text{ m/s}$.